*Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).*
*L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.*

## PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

### Exercice 1

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).*
*Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.*
*Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.*
Indiquer sur votre copie, le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte.

| | Questions | Réponses proposées | | |
|---|---|---|---|---|
| **1/** | $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$ est égal à : | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{12}$ | 1 |
| **2/** | $\sqrt{18}-\sqrt{8}$ est égal à : | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{10}$ | $5\sqrt{2}$ |
| **3/** | L'équation $4x - 3 = 7x + 6$ a pour solution : | 3 | $\frac{9}{11}$ | $-3$ |
| **4/** | $\frac{3\times 10^{-2}}{6\times 10^{-3}}$ est égal à : | 5 | 0,000 005 | 0,2 |
| **5/** | L'arrondi à 1/100 près de $\sqrt{18}-\sqrt{8}$ est égal à : | 1,4 | 3,16 | 1,41 |

### Exercice 2

$E = (2x - 3)^2 + (2x - 3)(x + 8)$

**1/** Développer puis réduire l'expression algébrique E.
**2/** Factoriser l'expression algébrique E.
**3/** Résoudre l'équation $(2x - 3)(3x + 5) = 0$

### Exercice 3

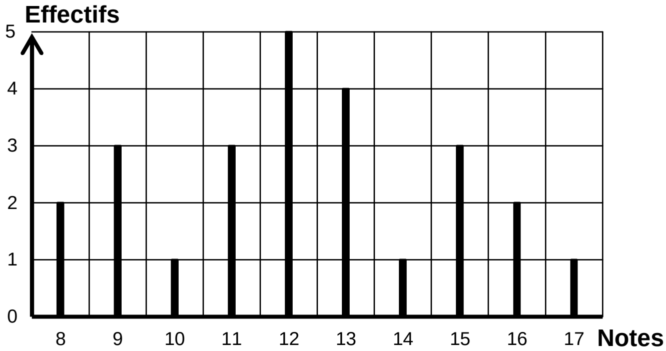
Voici le diagramme en bâtons des notes obtenues par une classe de 25 élèves de Troisième au dernier devoir d'espagnol.

**1/** Calculer la moyenne des notes.

**2/** Déterminer la médiane des notes.

**3/** Déterminer l'étendue de la série des notes.

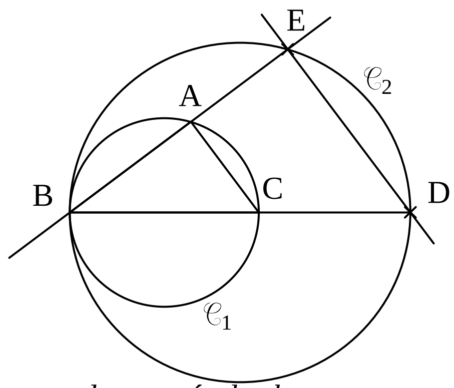
**4/** Calculer le pourcentage des élèves ayant obtenu une note strictement supérieure à 13.




| COLLEGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE | | |
|---|---|---|
| Temps alloué : **2h** | Coefficient : **2** | BREVET BLANC N°2 |
| Épreuve : **mathématiques** | | Date : **vendredi 07 mai 2010** |
| Ce sujet comporte : **3 pages** | | Série collège : **1/3** |

## Exercice 1

*L'unité est le centimètre. La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.*




On considère le cercle ( $\mathscr{C}_1$ ) de diamètre [BC] et le cercle ( $\mathscr{C}_2$ ) de diamètre [BD]. Le point A est situé sur ( $\mathscr{C}_1$ ) et la droite (AB) recoupe ( $\mathscr{C}_2$ ) en E. On donne BA = 4 ; BC = 5 et BD = 9.

**1/** Parmi les trois propriétés suivantes, **<u>recopier sur la feuille double</u>** celle qui permet d'affirmer que les triangles ABC et EBD sont des <u>triangles rectangles</u> :

**a/** *Si le carré de la longueur d'un côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.*

**b/** *Les bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit dans ce triangle.*

**c/** *Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle.*

**2/** Dans le triangle ABC rectangle en A, calculer AC.

**3/** En vous aidant du résultat donné à la question **1/**, montrer que les droites (AC) et (ED) sont parallèles.

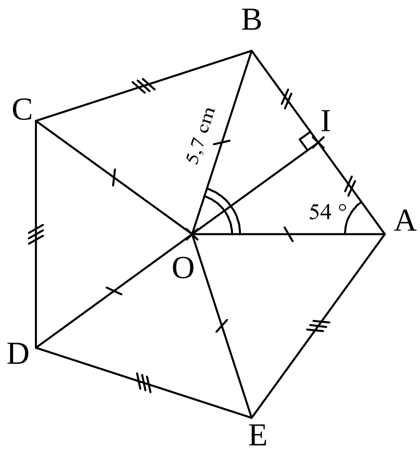
**4/** Montrer que BE = 7,2.

## Exercice 2

Voici un pentagone régulier ABCDE. Le point I est le milieu du segment [AB]. On donne :

OA = OB = OC = OD = OE = 5,7 cm.

*La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.*




**1/** Quelle est la nature du triangle AOB ?

**2/** Calculer la longueur AB (arrondir au millimètre).

**3/** Montrer que la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est 72°.

**4/** En considérant le cercle ( $\mathscr{C}$ ) passant par les points A,

B, C, D et E, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$.
Justifier.

## **TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES** *(12 points)*

On considère la figure ci-dessous où les dimensions sont données en cm et les aires en $cm^2$

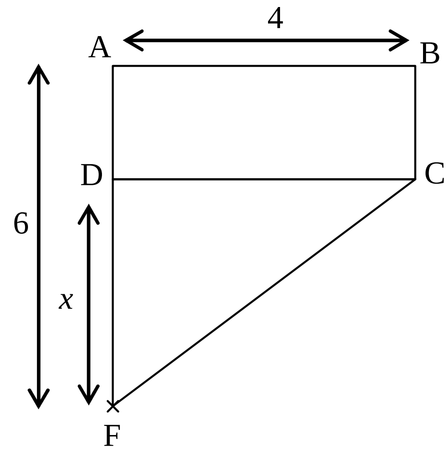
- D est un point variable du segment [AF]
- ABCD est un rectangle
- AB = 4 ; AF = 6
- Le triangle DCF est rectangle en D

On note $x$ la longueur du segment [DF].

**Partie 1**

**1/ Dans cette question, on a se place dans le cas où $x = 2$.**
**a/** Calculer l'aire du rectangle ABCD.
**b/** Calculer l'aire du triangle DCF.

**2/ Dans cette question, on a se place dans le cas où $x$ est un nombre inconnu.** Ainsi, DF = $x$ et AD = $6 - x$.
**a/** Montrer que l'aire du rectangle ABCD est $24 - 4x$.
**b/** Montrer que l'aire du triangle DCF est $2x$.
**c/** Résoudre l'équation $24 - 4x = 2x$.
Pour quelle valeur de $x$ l'aire du rectangle ABCD est-elle égale à l'aire du triangle DCF ?



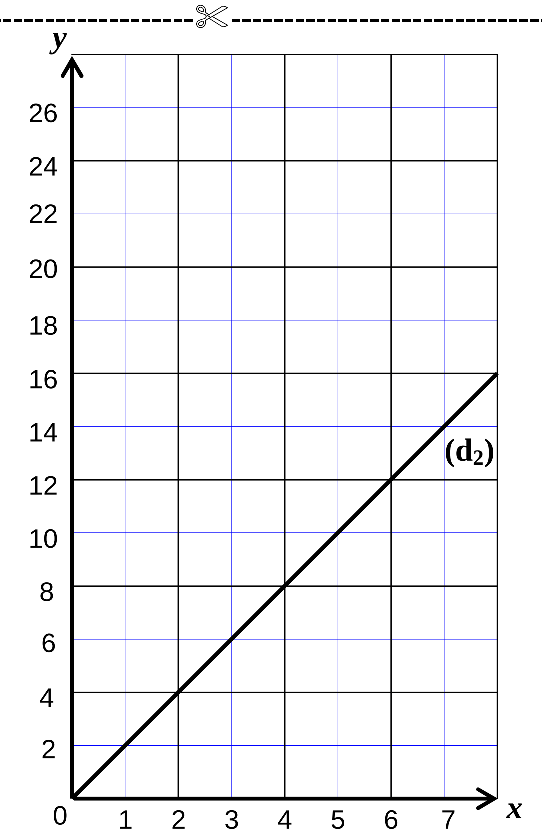

**Partie 2**

**1/** On note $f$ la fonction définie par : $f(x) = 24 - 4x$ et $g$ la fonction définie par : $g(x) = 2x$.
Compléter le tableau ci-après, puis représenter graphiquement la fonction $f$ dans le repère ci-après sur lequel figure la représentation graphique ($d_2$) de la fonction $g$.
**2/** Par lecture graphique, déterminer pour quelle valeur de $x$ l'aire de DCF est égale à 6 $cm^2$.
**3/** Par lecture graphique, déterminer l'aire de ABCD pour $x$ = 2,5 cm.
**4/** Par lecture graphique, retrouver le résultat de la question **2/c/** de la **partie 1**.
*Pour les questions **2/**, **3/** et **4/**, on laissera en vert les traits et flèches utiles sur le graphique.*

**Découper** et **coller** **<u>sur votre feuille double</u>**, le tableau et le graphique suivant **<u>bien complétés</u>** :

--------------------------------------✄--------------------------------------✄--------------------------------------

| ***x*** | **0** | **1** | **5** |
|---|---|---|---|
| ***f*(*x*) = 24 – 4*x*** | | | |



Solution : **ACTIVITÉS NUMÉRIQUES**

**Exercice 1** (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 pts) *Les justifications des réponses (en gras) fournies ici n'étaient pas demandées.*

**1/** $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3 \times 3 - 2 \times 4}{4 \times 3} = \frac{9 - 8}{12} = \mathbf{\frac{1}{12}}$

**2/** $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} - \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3 - 2)\sqrt{2} = 1\sqrt{2} = \mathbf{\sqrt{2}}$

**3/** $4x - 3 = 7x + 6$
$4x - 3 - 4x = 7x + 6 - 4x$
$-3 = 3x + 6$
$-3 - 6 = 3x + 6 - 6$
$-9 = 3x$
$-\frac{9}{3} = \frac{3x}{3}$
$-3 = x$

Vérification pour (– 3) :
$4x - 3 = 4 \times (-3) - 3 = -12 - 3 = -15$
$7x + 6 = 7 \times (-3) + 6 = -21 + 6 = -15$

Cette équation admet une solution **(- 3)**

**4/** $\frac{3 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}} = \frac{3}{6} \times \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 0{,}5 \times 10^{-2+3} = 0{,}5 \times 10^{1} = 0{,}5 \times 10 = \mathbf{5}$

**5/** Avec la calculatrice : $(\sqrt{18}) - (\sqrt{8}) \approx 1{,}414\ 213\ 562\ ... \approx \mathbf{1{,}41}$ arrondi à 1/100 près

**Exercice 2** (1,5 + 1,5 + 1 = 4 pts)

**1/** $E = (2x - 3)^2 + (2x - 3)(x + 8)$
$E = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 + (2x^2 + 16x - 3x - 24)$
$E = 4x^2 - 12x + 9 + 2x^2 + 16x - 3x - 24$
$E = 6x^2 + x - 15$

**2/** $E = (\underline{2x - 3})(2x - 3) + (\underline{2x - 3})(x + 8)$
$E = (\underline{2x - 3})[(2x - 3) + (x + 8)]$
$E = (\underline{2x - 3})[2x - 3 + x + 8]$
$E = (2x - 3)(3x + 5)$

**3/** $(2x - 3)(3x + 5) = 0$
Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.
$2x - 3 = 0$ ou $3x + 5 = 0$
$2x = 3$ ou $3x = -5$ donc $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{5}{3}$

Vérifications :
$(2x - 3)(3x + 5) = (2 \times \frac{3}{2} - 3)(\quad) = 0 \times (\quad) = 0$
$(2x - 3)(3x + 5) = (\quad) \times (3 \times (-\frac{5}{3}) + 5) = (\quad) \times 0 = 0$

Cette équation admet deux solutions $\frac{3}{2}$ et $(-\frac{5}{3})$.

**Exercice 3** (1 + 0,5 + 0,5 + 1 = 3 pts)

**1/** Moyenne = $\frac{2 \times 8 + 3 \times 9 + 1 \times 10 + 3 \times 11 + 5 \times 12 + 4 \times 13 + 1 \times 14 + 3 \times 15 + 2 \times 16 + 1 \times 17}{2 + 3 + 1 + 3 + 5 + 4 + 1 + 3 + 2 + 1} = \frac{306}{25}$
La moyenne des notes est 12,24.

**2/** La série <u>ordonnée</u> des notes : $\underbrace{8\ 8\ 9\ 9\ 9\ 10\ 11\ 11\ 11\ 12\ 12\ 12}_{\textbf{12 notes}}\ \underset{\uparrow\ \textbf{Médiane}}{\mathbf{12}}\ \underbrace{12\ 13\ 13\ 13\ 13\ 14\ 15\ 15\ 15\ 16\ 16\ 17}_{\textbf{12 notes}}$

La médiane des notes est 12.

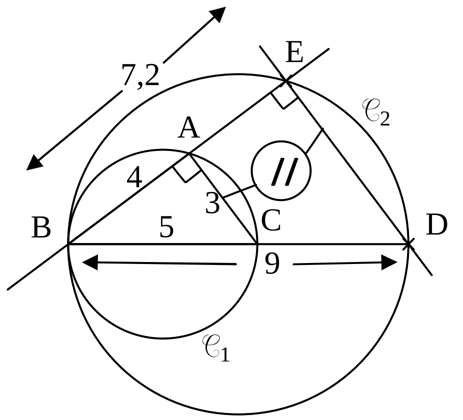
**3/** 17 – 8 = 9 ; l'étendue des notes est 9.

**4/** Les notes supérieures strictement à 13 sont 14, 15, 15, 15, 16, 16, et 17 soit 7 notes sur 25.
$\frac{7}{25} = 0{,}28 = 28\ \%$ ; 28 % des élèves ont obtenu une note supérieure strictement à 13.

Solution : **ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES**

**Exercice 1** (2 + 2 + 1 + 2 = 7 pts)

**1/** Les triangles ABC et EBD sont rectangles car :




Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle (codages placés en A et E).

**2/** Dans le triangle ABC rectangle en A, on peut utiliser le théorème de Pythagore : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2$
$AC^2 = 25 - 16 = 9$ donc AC = 3.

**3/** Les deux droites (AC) et (ED) sont perpendiculaires à la même troisième (BE) donc elles sont parallèles : (AC) // (ED).

**4/** Les droites (AE) et (CD) sont sécantes en B avec (AC) // (ED) donc on peut utiliser le théorème de Thalès : $\dfrac{AB}{BE} = \dfrac{BC}{BD} = \dfrac{AC}{ED}$

Donc $\dfrac{4}{BE} = \dfrac{5}{9}$ et on déduit $BE = \dfrac{4 \times 9}{5} = 7{,}2$ ; BE = 7,2 cm.

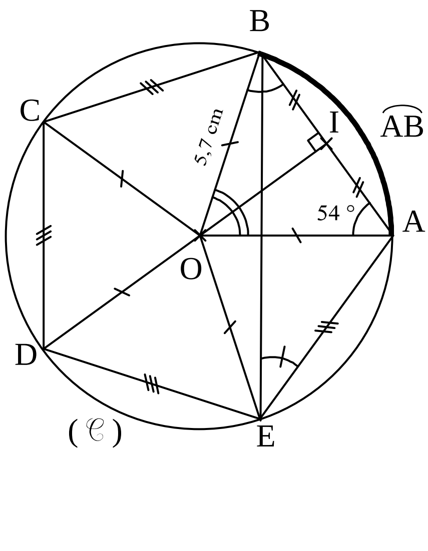
**Exercice 2** (1 + 1,5 + 1 + 1,5 = 5 pts)

Voici le pentagone régulier ABCDE. Le point I est le milieu du segment [AB]. On donne :

OA = OB = OC = OD = OE = 5,7 cm.

**1/** Puisque OA = OB, alors le triangle AOB est isocèle en O.

**2/** Dans le triangle AIO rectangle en I (d'après le codage) on peut appliquer la trigonométrie :




$\cos \widehat{OAI} = \cos 54° = \dfrac{AI}{OA} = \dfrac{AI}{5{,}7}$ donc $AI = 5{,}7 \times \cos 54°$.
Puisque I est le milieu du segment [AB], alors $AB = 2 \times AI$

Donc $AB = 2 \times 5{,}7 \times \cos 54° \approx 6{,}700\,751\,876$ ...

Donc AB ≈ 6,7 cm arrondi au millimètre.

**3/** Dans le triangle AOB isocèle en O, les angles à la base $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ sont égaux donc $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 54°$ ; la somme des angles du triangle AOB vaut 180° donc $\widehat{AOB} = 180° - 54° - 54° = 72°$ (on pouvait aussi utiliser <u>l'angle au centre</u> du pentagone régulier $\widehat{AOB} = \dfrac{360}{5} = 72°$).

**4/** Le cercle ( $\mathscr{C}$ ) circonscrit au pentagone régulier ABCDE est tracé ci-contre et les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ sont codés égaux à 54°.

$\widehat{AEB}$ est un <u>angle inscrit</u> interceptant <u>le même arc</u> $\overset{\frown}{AB}$ que <u>l'angle au centre</u> $\widehat{AOB}$, donc $\widehat{AEB} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOB} = \dfrac{1}{2} \times 72° = 36°$.

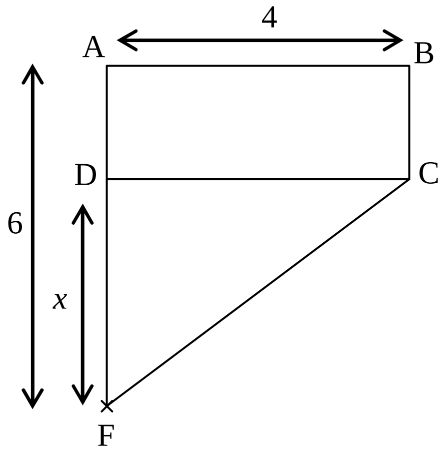
Solution : **QUESTIONS ENCHAÎNÉES** *(12 points)*

**Partie 1** (1 + 1 + 1,5 + 1,5 + 1 + 1 = 7 pts)

**1/** Dans cette question, on a AB = 4 ; AF = 6 et DF = 2.
**a/** ABCD est un rectangle donc $\mathcal{A}$(ABCD) = AB × AD = 4 × (6 – 2) = 16
L'aire de ABCD est 16 cm$^2$.

**b/** DCF est un triangle rectangle donc $\mathcal{A}(DCF) = \frac{DF \times DC}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$

L'aire de DCF est 4 cm$^2$.




**2/** Pour cette question : AB = 4 ; AF = 6 ; DF = $x$ et AD = 6 – $x$.
**a/** $\mathcal{A}$(ABCD) = AB × AD = 4 × (6 – $x$) = 24 – 4$x$.

**b/** $\mathcal{A}(DCF) = \frac{DF \times DC}{2} = \frac{x \times 4}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$.

**c/** 24 – 4$x$ = 2$x$ donc 24 – 4$x$ + 4$x$ = 2$x$ + 4$x$

24 = 6$x$ donc $\frac{24}{6} = \frac{6x}{6}$ donc 4 = $x$

Vérification pour $x$ = 4 ; 24 – 4$x$ = 24 – 4 × 4 = 24 – 16 = 8
2$x$ = 2 × 4 = 8 donc cette équation admet une solution 4.
L'aire de ABCD est égale à celle de DCF lorsque $x$ = 4 cm.

**Partie 2** (2 + 1 + 1 + 1 = 5 pts)

**1/** Le tableau ci-après est complété et puisque la fonction $f$ est affine, alors sa représentation graphique est la droite **(d$_1$)** passant par les points de coordonnées **(0 ; 24)** et **(5 ; 4)** représentée ci-dessous.

**2/** Par lecture graphique, l'aire de DCF est égale à 6 cm$^2$ pour ***x* = 3 cm** : on utilise la droite **(d$_2$)**.

**3/** Par lecture graphique, pour $x$ = 2,5 cm, l'aire de ABCD est égale à **14 cm$^2$:** on utilise la droite **(d$_1$)**.

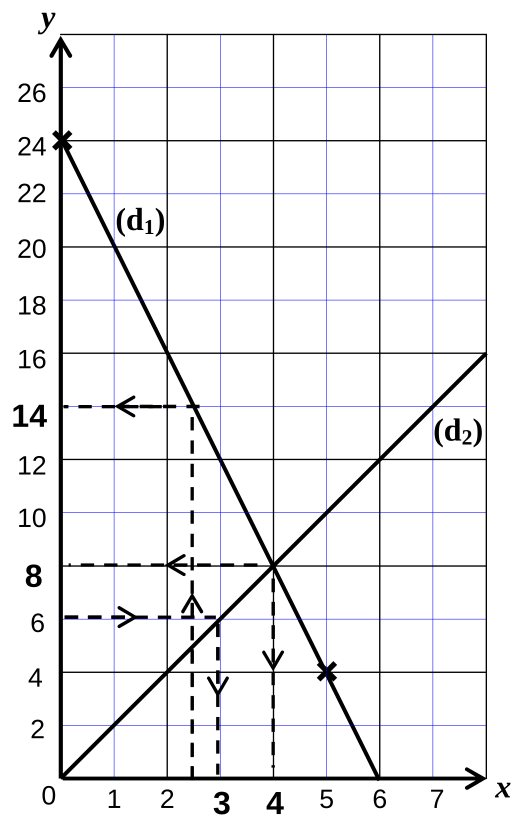
**4/** Par lecture graphique, à l'intersection des droites **(d$_1$)** et **(d$_2$)**, se trouve le point de coordonnées **(4 ; 8)**.
Lorsque ***x* = 4**, les aires de DCF et de ABCD sont égales à **8 cm$^2$**.

24 – 4 × 0 = 24 – 0 = 24

24 – 4 × 1 = 24 – 4 = 20

24 – 4 × 5 = 24 – 20 = 4

| $x$ | 0 | 1 | 5 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ = 24 – 4$x$ | **24** | **20** | **4** |




La droite **(d$_1$)** est tracée ci-contre passant par les points de coordonnées **(0 ; 24)** et **(5 ; 4)**.

(d$_1$) représente la fonction $f$ modélisant l'aire de ABCD.

(d$_2$) représente la fonction $g$ modélisant l'aire de DCF.

Les pointillés et les flèches indiquent les sens des lectures.

**[Présentation : 0 pt à 9 pts (2 pts max) ; 9,5 pts à 18 pts (3 pts max) ; 18,50 pts à 40 pts (4 pts max)]**